MATHS
UNIT SUMMARY
PUBLISHED IN DESABHIMAANI

SCANNED COPY PREPARED BY BIO-VISION VIDEO BLOG
for more questions visit: http://bio-vision-s.blogspot.in/

BIO-VISION

ഗണിതശാസ്ത്രം

ഗണിതശാസ്ത്രം എഴുത്തുപരീക്ഷയുടെ ആകെ സ്കോർ: 80. സമയം: രണ്ടര മണിക്കൂർ. ആകെ 11 അധ്യായങ്ങൾ.

അധ്യായങ്ങളുടെ സ്കോർ വിതരണം ഇപ്രകാരമാണ്.

1.	സമാന്തരശ്രേണികൾ	9
2.	വൃത്തങ്ങൾ	9
3.	രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ	8
4.	ത്രികോണമിതി	8
5.	ഘനരൂപങ്ങൾ	8
6.	സൂചകസംഖ്യകൾ	5
7.	സാധ്യതകളുടെ ഗണിതം	3
8.	തൊടുവരകൾ	8
9.	ബഹുപദങ്ങൾ	7
10.	ജ്യാമിതിയും ബീജഗണിതവും	8
11.	സ്ഥിതിവിവരക്കണക്ക്	7
	ആകെ	80

വ്യത്യസ്ത പാഠഭാഗങ്ങൾ ചേർത്തും ചോദ്യങ്ങൾ ചോദിക്കാറുണ്ടെന്ന് ഓർക്കുക.

1. സമാന്തരശ്രേണികൾ

- സമാന്തരശ്രേണികൾ തിരിച്ചറിയുക
- പൊതുവിത്യാസം; ആദ്യപദവും പൊതുവ്യത്യാസവും തന്നാൽ ശ്രേണി രൂപീകരിക്കുക
- ആദ്യപദവും പൊതുവ്യത്യാസവും അറിഞ്ഞാൽ ഏത് സ്ഥാനത്തുമുള്ള പദം കണ്ടെത്തുക. tn=f+(n-1)d
- സമാന്തര ശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം എഴുതുക
  n(n+1)/2
- തുടർച്ചയായ പദങ്ങളുടെ തുക $n/2(x_1+x_n)$
- n പദങ്ങളുടെ തുക = n/2(2f+(n-1)d)
- 1, 7, 13............... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ n-ാം പദം കാണുക.
  ആദ്യപദം = 1
  ആദ്യപദത്തോട് (n-1) തവണ പൊതുവ്യത്യാസം കൂട്ടിയാൽ മതിയല്ലോ.
  പൊതുവ്യത്യാസം 7 -1 (സമാന്തരശ്രേണിയിലെ സംഖ്യകൾ കിട്ടാൻ വീണ്ടും വീണ്ടും കൂട്ടുന്ന സംഖ്യയാണ് പൊതുവ്യത്യാസം.) = 6
  n-ാം പദം=1+6n - 6 = 6n - 5
  മറ്റൊരു വഴി tn = a + (n - 1)d
  tn = 1 + (n - 1)6
  tn =1 + 6n -6 = 6n -5
- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ബീജഗണിതരൂപം 5n-2 ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ 5 പദങ്ങളെഴുതുക
  n ന് 1, 2, 3............ വിലകൾ നൽകയിയോ, അല്ലെങ്കിൽ 5 പൊതുവ്യത്യാസമായി പരിഗണിച്ചോ ഈ പ്രശ്നം പരിഹരിക്കാം.
  n=1, 5x1-2=3
  n=2 5x2-2=10-2=8
  3,8,13,18,21,...............

- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ രണ്ടാമത്തെ പദം 9 എങ്കിൽ ഒന്നാമത്തെയും മൂന്നാംപദത്തിന്റെയും തുക എത്രയായിരിക്കും?
  a,b,c തുടർച്ചയായ മൂന്ന് പദങ്ങളാണെങ്കിൽ 2b=a+c
  തുക = 2x9=18
- 100നും 500നും ഇടയിൽ 7ന്റെ ഗുണിതങ്ങളുടെ തു കാണുക (ഹരണക്രിയയും ശിഷ്ടവും സംഖ്യകളുമൊക്കെ മനസ്സിൽവെച്ചുവേണം ഇത്തരം കണക്കുകളുടെ ക്രിയ)

  $1000 \div 7$ ശിഷ്ടം എത്രയെന്ന് കാണുക. 14x7=98+2=100
  ശിഷ്ടം 2.7ന്റെ ഗുണിതമാകാൻ ഇനി കൂട്ടേണ്ടത് 5. ആദ്യപദം 105
  $500 \div 7$ = 71x7 +3=500 ശിഷ്ടം 3.
  അവസാന പദം 497

  $$\text{പദങ്ങളുടെ എണ്ണം} = \frac{\text{അവസാനപദം - ആദ്യപദം}}{\text{പൊതുവ്യത്യാസം}} + 1$$

  = 497 - 105 /7 +1 = 392 / 7 +1
  = 56 +1 = 57

  $$\text{തുക} = \frac{n}{2}(\text{ആദ്യപദം+അവസാനപദം})$$

  $$= \frac{57}{2}(105+497) = 17157$$

- പൊതുവ്യത്യാസം 6 വരുന്ന ഒരു സമാന്തരശ്രേണി എഴുതാനാവശ്യപ്പെട്ടപ്പോൾ ഒരു കുട്ടി 20, 26, 32........... എന്നും മറ്റൊരു കുട്ടി 25, 31, 37.............. എന്നും എഴുതി. അവയുടെ ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം എത്രയായിരിക്കും.
  n പദങ്ങളുടെ തുക = n/2(2f+(n-1)d) സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിക്കുമല്ലോ.

  $$\text{കുട്ടി 1} = \frac{20}{2}(40+(19x6))=10(40+114)=1540$$

  $$\text{കുട്ടി 2} = \frac{20}{2}(50+19x6)=10(50+114)=1640$$

  വ്യത്യാസം = 100

2. വൃത്തങ്ങൾ, 8. തൊടുവരകൾ

- വൃത്തത്തിലെ ഒരു ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോണിന്റെ പകുതിയാണ് ആ ചാപം. അതിന്റെ മറുചാപത്തിലെ ഏത് ബിന്ദുവിലും ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ.
- അർധവൃത്തത്തിലെ കോൺ, ഒരേ വൃത്തഖണ്ഡത്തിലെ കോണുകൾ, മറുഖണ്ഡങ്ങളിലെ കോണുകൾ എന്നിവയുടെ സവിശേഷതകൾ.
- ചക്രീയ ചതുർഭുജത്തിന്റെ എതിർകോണുകൾ അനുപൂരകമാണ്. എന്ന ആശയവും അതിന്റെ വിപരീതവും.
- വൃത്തത്തിനകത്ത് ഖണ്ഡിക്കുന്നതും നീട്ടിവരച്ച് പുറത്ത് ഖണ്ഡിക്കുന്നതുമായ ഞാണുകളുടെ പ്രത്യേകതകളും അവ ഉപയോഗിച്ചുള്ള ജ്യാമിതീയ പ്രശ്നങ്ങളും നിർമ്മിതികളും.
- വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവിലൂടെയുള്ള ആരവും ആ ബിന്ദുവിലെ തൊടുവരയും പരസ്പരം ലംബമാണ്.
- വൃത്തിത്തിന് പുറത്തുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽനിന്ന് വൃത്തിത്തിലേക്കുള്ള രണ്ട് തൊടുവരകൾക്കും ഒരേ നീളമാണ്.
- വൃത്തത്തിലെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ നിർണയിക്കുന്ന ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോണും ആ ബിന്ദുക്കളിലെ തൊടുവരകൾക്കിടയിലെ കോണും അനുപൂരകങ്ങളാണ്. വൃത്തത്തിലെ ഒരു ഞാണും അതിന്റെ ഒരറ്റത്തുള്ള തൊടുവരയും തമ്മിലുള്ള കോണും ആ ഞാണിന്റെ മറുവശത്തുള്ള വൃത്തഖണ്ഡത്തിലെ കോണും തുല്യമാണ്.

നിർമ്മിതികൾ

1. വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുവിൽകൂടിയും വൃത്തത്തിന് പുറത്തുള്ള ബിന്ദുവിൽകൂടിയുമുള്ള തൊടുവരകൾ
2. ചതുരം, ത്രികോണം, ചതുർഭുജം എന്നിവയ്ക്ക് തുല്യപരപ്പളവുള്ള ത്രികോണം.
3. ത്രികോണത്തിന്റെ അന്തർവൃത്തം
4. പരിവൃത്ത ആരവും രണ്ട് കോണുകളും തന്നാൽ ത്രികോണം
5. അന്തർവൃത്ത ആരവും രണ്ട് കോണുകളും തന്നാൽ ത്രികോണം

1. ചിത്രത്തിൽ AB = ACയും ACയുടെ മധ്യബിന്ദു Dയും ആകുന്നു. AC വൃത്തത്തെ തൊടുന്ന ബിന്ദുവാണ് D എങ്കിൽ AB=4xAP എന്നു തെളിയിക്കുക.

BIO-VISION

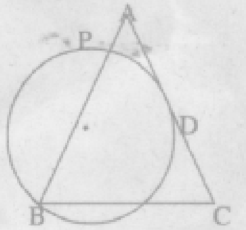
AD=AC/2=AB/2

AD^2= APxAB

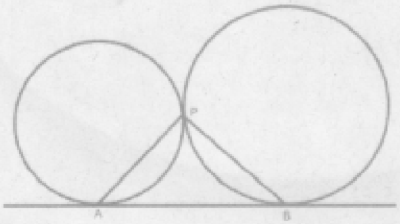
$(AB/2)^2$ APxAB

$AB^2/4$ = AP x AB

AB=4xAP



2. ചിത്രത്തിൽ AB എന്ന വര വൃത്തങ്ങളെ AB എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ തൊടുന്നു. രണ്ട് വൃത്തങ്ങളും P എന്ന ബിന്ദുവിൽ തൊടുന്നു എങ്കിൽ $\angle APB$ മട്ടകോൺ ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. P ൽ കൂടിയുള്ള തൊടുവര AB എന്ന വരയെ Q ൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു എന്നിരിക്കട്ടെ.



QA=QP യും. QB=QP യും. ആയിരിക്കും.

$\therefore \angle APQ = \angle PAQ$ അതുപോലെ $\therefore \angle BPQ = \angle PBQ$

$\therefore \angle APB = \angle APQ + \angle BPQ$

$= \angle PAQ + \angle PBQ$

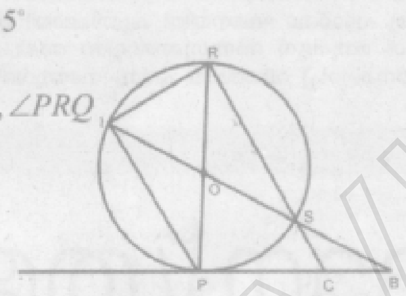
ത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു കോണിന്റെ അളവ് മറ്റ് രണ്ട് കോണുകളുടെ തുകയ്ക്ക് തുല്യമാണെങ്കിൽ അത് മട്ട ത്രികോണമായിരിക്കും.

ത്രികോണം ABP മട്ടത്രികോണമാണ്, $\angle APB$ മട്ടകോൺ ആണ്.

3. ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രവും AB എന്ന വര Pയിൽ കൂടിയുള്ള തൊടുവരയുമാണ്. $\angle PQB = 35^\circ$ ആയാൽ

$\angle BPQ, \angle PBQ, \angle PCR, \angle PRQ$

ഇവ കാണുക



$\angle BPR = 90^\circ$

$OP = OR$ ആയതുകൊണ്ട്

$\angle OPQ = \angle OQP = 35^\circ$

$\therefore \angle BPQ = 90 + 35 = 125^\circ$

$\angle PBQ = 180 - (125 + 35) = 20^\circ$

ഒരേ വൃത്തഖണ്ഡത്തിലെ കോണുകൾ തുല്യമായതുകൊണ്ട്

$\angle PRS = 35^\circ$

$\therefore \angle PCR = 90 - 35 = 55^\circ$

അർധവൃത്തത്തിലെ കോൺ മട്ടകോൺ ആയതുകൊണ്ട്

$\angle QRS = 90^\circ$

$\therefore \angle PRQ = 90 - 35 = 55^\circ$

(കുറിപ്പ്: $\angle PQS = x^0$ ആയാൽ $\angle PRS = x^0$

$\angle PRS = x^0$

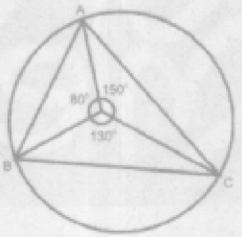
$\therefore \angle PRQ = 90 - x^0$

$\therefore \angle PCR = 90 - x^0$

അതായത് $\angle PCR = \angle PRQ$

4. 3.5 ആരമുള്ള വൃത്തം വരയ്ക്കുക. മൂലകളെല്ലാം ഈ വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളായതും രണ്ട് കോണുകൾ 40° 65° ആയതുമായ ത്രികോണം നിർമ്മിക്കുക.

ത്രികോണത്തിന്റെ കോണുകൾ 40° 65° 75° ആയാൽ അതിന്റെ വശങ്ങൾ വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽ ഉണ്ടാക്കുക കോണുകൾ (അഥവാ ത്രികോണത്തിന്റെ മൂലകളിൽ കൂടിയുള്ള ആരങ്ങൾ നിർണയിക്കുന്ന കോണുകൾ) 80°, 130°, 150° ആയിരിക്കും.



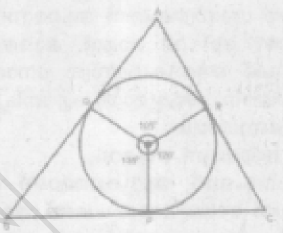
നിർമ്മിതി: വൃത്തം വരച്ച് അതിലൊരു ആരം (OA) വരയ്ക്കുക

$\angle AOB = 80^\circ$ ആകത്തക്കവിധം OB എന്നആരവും

$\angle BOC = 130^\circ$ ആകത്തക്കവിധം OC എന്ന ആരവും വരയ്ക്കുക.

A. B. C ഇവ യോജിപിച് ത്രികോണം വരച്ചാൽ $\angle C = 40^\circ$ യും $\angle A = 65^\circ$ യും $\angle B = 75^\circ$ യും ആയിരിക്കും.

5. 2 സെ.മീ. ആരമുള്ള വൃത്തം വരയ്ക്കുക. വശങ്ങൾ ഈ വൃത്തത്തിന്റെ തൊടുവരകൾ ആയതും രണ്ട് കോണുകൾ 45° 75° ആയതുമായ ത്രികോണം നിർമ്മിക്കുക.

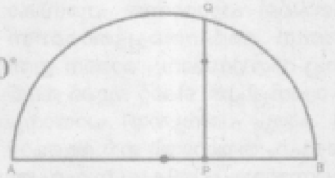


ത്രികോണത്തിന്റെ കോണുകൾ 45° 75° 60° ആയാൽ ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ വൃത്തത്തെ തൊടുന്ന ബിന്ദുക്കളിലൂടെയുള്ള ആരങ്ങൾ നിർണ്ണയിക്കുന്ന കോണുകൾ 135° 105° 120° ആയിരിക്കും.

നിർമ്മിതി: വൃത്തം വരച്ച് അതിലൊരു ആരം (OP) വരയ്ക്കുക. $\angle POQ = 135^\circ$ ആകത്തക്കവിധം OQ എന്ന ആരവും. $\angle QOR = 105^\circ$ ആകത്തക്കവിധം OR എന്ന ആരവും വരയ്ക്കുക.

P.Q, R ഇവയിൽകൂടെയുള്ള തൊടുവരകൾ യോജിപ്പിച്ച് ത്രികോണം ABC വരച്ചാൽ $\angle B = 45^\circ, \angle A = 75^\circ, \angle C = 60^\circ$ ആയിരിക്കും.

6. ത്രികോണത്തിൽ തുല്യപരപ്പളവുള്ള സമചതുരത്തിന്റെ നിർമ്മിതി



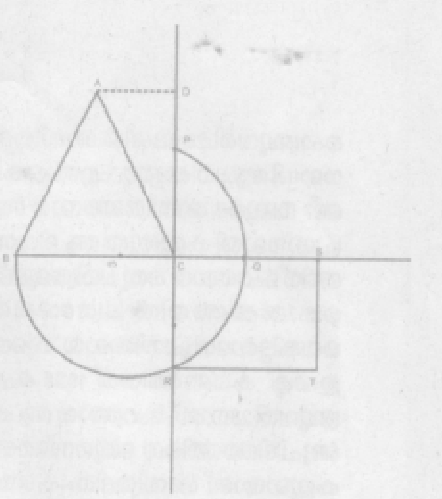
ചിത്രത്തിൽ AB വ്യാസവും QP എന്ന വര AB ക്ക് ലംബവുമായൽ $APxPB=PQ^2$ എന്ന വസ്തുതയാണ് ഈ നിർമ്മിതിയിൽ ഉപയോഗിക്കുന്നത്.

നിർമ്മിതി: ത്രികോണം ABC വരയ്ക്കുക

BCക്ക് ലംബമായി Cയിൽ കൂടിയും BCക്ക് സമാന്തരമായി Aയിൽ

Bio-Vision

കൂടിയും വരയ്ക്കുന്ന വരകൾ Dയിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു. CDയുടെ മധ്യബിന്ദു P അടയാളപ്പെടുത്തുക. BCനീട്ടി വരച്ച് അതിൽ CQ=CP ആകത്തക്കവിധം Q അടയാളപ്പെടുത്തുക. BQ ന്റെ മധ്യബിന്ദു M കണ്ടുപിടിക്കുക. M കേന്ദ്രമായും BQ വ്യാസമായും വരയ്ക്കുക അർധവൃത്തം C യിൽ കൂടിയുള്ള ലംബത്തെ R ൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു. CR വശമായ സമചതുരം നിർമ്മിക്കുക.



(ത്രികോണം ABC യിൽ BC=b യും A യിൽ നിന്നുള്ള ഉന്നതി h ഉം ആയാൽ അതിന്റെ പരപ്പളവ് = $\frac{bh}{2}$

CD=h അതിനാൽ CP=$\frac{h}{2}$ അതായത് CQ=$\frac{h}{2}$

CR^2 =BC x CQ = $\frac{bh}{2}$

CR വശമായ സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $CR^2=\frac{bh}{2}$)

3. രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങൾ

- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങളുടെ രൂപീകരണം
- വർഗത്തികവിലൂടെ രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങളുടെ പരിഹാരം
- വിവേചകം എന്ന ആശയവും രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യങ്ങളുടെ പരിഹാരവും.
- രണ്ടാംകൃതി സമവാക്യം ഉൾപ്പെടുന്ന പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങളുടെ പരിഹാരം

x (x-2)=168 എന്ന സമവാക്യത്തെ x^2-2x=168 എന്നെഴുതി വർഗം പൂർത്തീകരിച്ചോ, x^2-2x-168=0 എന്നെഴുതി സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിച്ചോ അതിന്റെ പരിഹാരം കാണാമല്ലോ.

ഈ രീതിയിലുള്ള സമവാക്യം ഉൾപ്പെടുന്ന ചില പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ

പുതുവർഷാരംഭത്തിൽ ഒരു ക്ലബ്ബിലെ എല്ലാം അംഗങ്ങളും പരസ്പരം ആശംസാ കാർഡുകൾ അയച്ചു. ആകെ 240 കാർഡുകൾ അയച്ചുവെങ്കിൽ ക്ലബ്ബിലെ അംഗങ്ങളുടെ എണ്ണം എത്ര?

അംഗങ്ങളുടെ എണ്ണം x ആയാൽ ഒരാൾ അയക്കുന്ന കാർഡുകളുടെ എണ്ണം (x-1) ആയിരിക്കും.

ആകെ കാർഡുകളുടെ എണ്ണം = x (x-1)

അപ്പോൾ x (x-1)=240 എന്ന് കിട്ടുന്നു.

ഒരു മീറ്റിങ്ങിൽ പങ്കെടുക്കാനെത്തിയ എല്ലാവരും പരസ്പരം ഹസ്തദാനം കൊടുക്കുന്നു. ആകെ ഹസ്തദാനങ്ങളുടെ എണ്ണം 78 ആണെങ്കിൽ മീറ്റിങ്ങിൽ എത്ര പേർ പങ്കെടുത്തു?

പങ്കെടുത്തവരുടെ എണ്ണം x ആയാൽ ഒരാൾ പങ്കാളിയാകുന്ന ഹസ്തദാനങ്ങളുടെ എണ്ണം (x-1) ആയിരിക്കും.

ഒരു ഹസ്തദാനത്തിൽ 2 പേർ പങ്കാളിയാവുന്നതുകൊണ്ട് ആകെ ഹസ്തദാനങ്ങളുടെ എണ്ണം = $\frac{x(x-1)}{2}$

$\frac{x(x-1)}{2}=78$ എന്നതിൽനിന്നും $x(x-1)=156$ എന്നുകിട്ടും.

ഒരു ബഹുഭുജത്തിൽ എല്ലാം വികർണ്ണങ്ങളും വരച്ചിരിക്കുന്നു. ആകെ വികർണങ്ങളുടെ എണ്ണം 54 ആണെങ്കിൽ വശങ്ങളുടെ എണ്ണം എത്ര?

വശങ്ങളുടെ എണ്ണം n ആയാൽ ഒരു മൂലയിൽനിന്നും വരക്കാവുന്ന വികർണങ്ങളുടെ എണ്ണം (n-3) ആയിരിക്കും.

ഓരോ വികർണത്തിലും രണ്ട് മൂലകൾ ഉൾപ്പെടുന്നതുകൊണ്ട് ആകെ വികർണങ്ങളുടെ എണ്ണം = $\frac{n(x-3)}{2}$

$\frac{n(n-3)}{2}=54$ എന്നതിൽനിന്നും n (n-3)=108 എന്നുകിട്ടുന്നു.

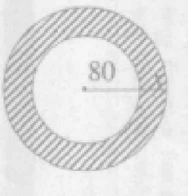
160 മീറ്റർ വ്യാസമുള്ളതും വൃത്താകൃതിയിലുള്ളതുമായ ഒരു കളിസ്ഥലത്തിന് ചുറ്റും ഒരേ വീതിയിൽ ഒരു റോഡുണ്ട്. റോഡിന്റെ പരപ്പളവ് 825 Π ചതുരശ്രമീറ്റർ ആണെങ്കിൽ റോഡിന്റെ വീതി എത്ര?

(റോഡിന്റെ വീതി x ആയാൽ റോഡ് ഉൾപ്പെടെയുള്ള വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 80+x ആയിരിക്കും.

റോഡിന്റെ പരപ്പളവ് =

$$\Pi\left[(80+x)^2-80\right]^2$$

$$825\Pi=\Pi\left(x^2+160x\right)$$



അതായത് $x^2+160x-825=0$)

100 മീറ്റർ നീളവും 60 മീറ്റർ വീതിയുമുള്ള ചതുരാകൃതിയായ ഒരു പറമ്പിന് ചുറ്റു ഒരേ വീതിയിൽ ഒരു പാതയുണ്ട്. പാദയുൾപ്പെടെയുള്ള ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 6656 ച.മീ. ആയാൽ പാതയുടെ വീതി എത്ര?

(പാദയുടെ വീതി x ആയാൽ പാത ഉൾപ്പെടെയുള്ള ഭാഗത്തിന്റെ നീളം 100 +2x ഉം വീതി 60+2x ആയിരിക്കും.

4. ത്രികോണമിതി

- ഒരേ കോണളവുകളുള്ള ത്രികോണങ്ങളുടെയെല്ലാം വശങ്ങളുടെ നീളം ഒരേ അംശബന്ധത്തിലാണ്.
- 30°, 60°, 90° കോണുകളുള്ള ത്രികോണത്തിന്റെ കോണുകൾക്കെതിരായ വശങ്ങളുടെ നീളം $1,\sqrt{3},2$ ഇവയ്ക്ക് ആനുപാതികമാണ്.
- വിവിധ കോണുകളുടെ ത്രികോണമിതി വിലകൾ ഉപയോഗിച്ചുള്ള ജ്യാമിതീയ പ്രശ്നങ്ങളുടെയും പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങളുടെയും നിർദ്ധാരണം.

ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രവും AB എന്ന വര P യിലെ തൊടുവരയുമാണ്.

$\angle A=45^\circ, \angle B=30^\circ$ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 40 സെമീ. ആയാൽ AB യുടെ നീളം കാണുക?

$\angle OPA=\angle OPB=90^\circ$

$\angle A=45^\circ$ ആയതു കൊണ്ട്

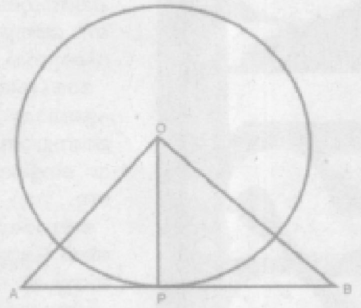
$\angle AOP=45^\circ$

$\angle B=30^\circ$ ആയതു കൊണ്ട്

$\angle BOP=60^\circ$

OP = 4 $\therefore$ AP=4, BP= $4\sqrt{3}$

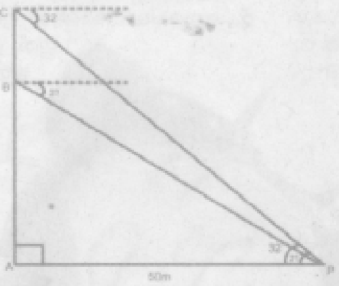
AB=4+ $4\sqrt{3}$



തുടർച്ച പേജ് 3 >>>

BIO-VISION

2. ഒരു കെട്ടിടത്തിന്റെ ചുവട്ടിൽനിന്നും 50 മീറ്റർ അകലെ ഒരു കാർ നിർത്തിയിട്ടിരിക്കുന്നു. കെട്ടിടത്തിന്റെ അഞ്ചാം നിലയിൽ നിൽക്കുന്ന ഒരാൾ കാറിനെ 21° കീഴ്കോണിലും എട്ടാം നിലയിൽ നിൽക്കുന്ന ഒരാൾ 32° കീഴ്കോണിലും കാണുന്നുവെങ്കിൽ അഞ്ചാം നിലയും എട്ടാം നിലയും തമ്മിലുള്ള അകലമെത്ര?



ഏകദേശ ചിത്രത്തിൽ BC ആണ് അഞ്ചാം നിലയും എട്ടാം നിലയും തമ്മിലുള്ള അകലം

$$\tan 21 = \frac{AB}{50}$$

$$\therefore AB = 50 \times \tan 21$$

$$= 50 \times 0.384 = 19.40m$$

$$\tan 32 = \frac{AC}{50}$$

$$\therefore AC = 50 \times \tan 32$$

$$= 50 \times 0.625 = 31.25$$

$$BC = 31.25 - 19.40 = 11.85m$$

5. ഘനരൂപങ്ങൾ

- സമചതുര സ്തൂപികയുടെ നിർമ്മാണം, അളവുകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം, ഉപരിതല പരപ്പളവും വ്യാപ്തവും.
- വൃത്തസ്തൂപികയുടെ നിർമ്മാണം, അളവുകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം, ഉപരിതല പരപ്പളവും വ്യാപ്തവും.
- ഗോളം, അർധഗോളം എന്നിവയുടെ ഉപരിതലപരപ്പളവും വ്യാപ്തവും
- വൃത്തസ്തംഭം, വൃത്തസ്തൂപിക, അർധഗോളം എന്നിവ ചേർത്തുണ്ടാക്കുന്ന സംയുക്തരൂപങ്ങളുടെ ഉപരിതല പരപ്പളവും വ്യാപ്തവും.

1. വൃത്താകൃതിയായ ഒരു ഷീറ്റിൽനിന്നും സീത 72° കേന്ദ്രകോണുള്ള ഒരു വൃത്താംശവും 120° കേന്ദ്രകോണുള്ള മറ്റൊരു വൃത്താംശവും മുറിച്ചെടുത്തു. ഇവ വളച്ചുണ്ടാക്കിയ വൃത്ത സ്തൂപികകളുടെ പാദ ആരങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം എന്ത്?

ഷീറ്റിന്റെ ആരം l എന്നും വൃത്തസ്തൂപികകളുടെ ആരം r_1, r_2 എന്നുമെടുത്താൽ

$$r_1 = l \times \frac{72}{360} = \frac{l}{5}$$

$$r_2 = l \times \frac{120}{360} = \frac{l}{3}$$

$$r_1 : r_2 = \frac{l}{5} : \frac{l}{3} = \frac{1}{5} : \frac{1}{3} = 3:5$$

(കുറിപ്പ്: ഈ അംശബന്ധവും കേന്ദ്രകോണുകളുടെ അംശബന്ധവും താരതമ്യം ചെയ്യുക)

2. വൃത്താകൃതിയായ ഒരു തകിടിൽനിന്നും അൻവർ ഒരു വൃത്താംശം മുറിച്ചെടുത്ത് അതുപയോഗിച്ച് വൃത്തസ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കി. ശേഷിച്ച വൃത്താംശം ഉപയോഗിച്ച് റിനു മറ്റൊരു വൃത്തസ്തൂപിക ഉണ്ടാക്കി. രണ്ട് വൃത്തസ്തൂപികകളുടെയും ആരങ്ങളുടെ തുക വൃത്തത്തിന്റെ ആരത്തിന് തുല്യമണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

വൃത്തത്തിന്റെ ആരം r എന്നും അൻവർ മുറിച്ചെടുത്ത വൃത്താംശത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ x^0 എന്നും എടുത്താൽ അതുപയോഗിച്ചുണ്ടാക്കിയ വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരം $= r \times \left(\frac{x}{360}\right)$

റിനു ഉണ്ടാക്കിയ വൃത്തസ്തൂപികയുടെ ആരം $r \times \left(\frac{360-x}{360}\right)$

ആരങ്ങളുടെ തുക $= r\left[\frac{x}{360} + \frac{360-x}{360}\right] = r$

6. സൂചകസംഖ്യകൾ

10. ജ്യാമിതിയും ബീജഗണിതവും

- സൂചകാക്ഷരങ്ങളും സൂചക സംഖ്യകളും ഉപയോഗിച്ച് ഒരു തലത്തിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ സ്ഥാനനിർണ്ണയം, അക്ഷങ്ങളിലെയും അവയ്ക്ക് സമാന്തരമായ വരകളിലെയും ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചക സംഖ്യകളുടെ പ്രത്യേകത, അക്ഷങ്ങളിലെയും അവയ്ക്ക് സമാന്തരമായ വരകളിലെയും രണ്ട് ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം ഇവയാണ് സൂചക സംഖ്യകൾ എന്ന പാഠഭാഗത്തിലുള്ളത്.
- രണ്ട് ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ അറിഞ്ഞാൽ അവ തമ്മിലുള്ള അകലം കാണുന്നതിനും ബിന്ദുക്കൾ ഉൾപ്പെടുന്ന വരയുടെ ചരിവ് കണക്കാക്കുന്നതിനും വരയുടെ സമവാക്യം രൂപീകരിക്കുന്നതുമാണ് ജ്യാമിതിയും ബീജഗണിതവും എന്ന പാഠഭാഗത്തിൽ പഠിക്കുന്നത്.
- അകലം, ചരിവ് എന്നീ ആശയങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് മൂന്ന് ബിന്ദുക്കൾ ഒരേ വരയിലാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുന്നതും ത്രികോണം, ചതുർഭുജം എന്നീ രൂപങ്ങളുടെ സവിശേഷതകൾ കണ്ടെത്തു

BIO-VISION

ന്നതും ഇതിൽ ചർച്ചചെയ്യുന്നുണ്ട്.

1. A, B, C എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ യഥാക്രമം (-2, 1), (8,1), (0,5) ആണെങ്കിൽ ത്രികോണം ABC യുടെ പരിവൃത്ത കേന്ദ്രത്തിന്റെ സൂചകസംഖ്യ കാണുക.

A യും B യും x അക്ഷത്തിന് സമാന്തരമായ വരയിൽ ആയതിനാൽ

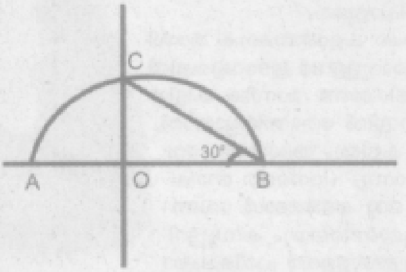
$$AB = |8 - {}^{-}2| = 10$$

$$AC = \sqrt{(0 - {}^{-}2)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{20}$$

$$BC = \sqrt{(0-8)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{80}$$

$AC^2 + BC^2 = AB^2$ ആയതുകൊണ്ട് ത്രികോണം ABC മട്ടത്രികോണമാണ്. മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്തകേന്ദ്രം കർണത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദുവാണ്. ABയുടെ മധ്യബിന്ദുവിന്റെ സൂചകസംഖ്യകൾ (3,1) ആകുന്നു.

2. ചിത്രത്തിൽ AB അർധവൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമാണ്. C യുടെ സൂചകസംഖ്യകൾ $(0, \sqrt{3})$ ആയാൽ A, B എന്നിവയുടെ സൂചക സംഖ്യകൾ കാണുക?



ത്രികോണത്തിന്റെ കോണളവുകൾ 30°, 60°, 90° ആണെങ്കിൽ കോണുകൾക്കെതിരായ വശങ്ങൾ 1, $\sqrt{3}$, 2 എന്നീ സംഖ്യകൾക്ക് ആനുപാതികമാണ് എന്ന പ്രത്യേകത ഉപയോഗിച്ച് ത്രികോണം OBC യിൽ OB കണ്ടുപിടിക്കാം. $OA \times OB = OC^2$ എന്ന വാക്യമുപയോഗിച്ച് OA യും കണക്കാക്കാം.

3. $ax+by+c=0$, $ax+by+d=0$ എന്നിങ്ങനെ സംഖ്യാപദങ്ങൾ മാത്രം വ്യത്യസ്തമായ സമവാക്യങ്ങൾ സൂചിപ്പിക്കുന്ന വരകൾ സമാന്തരമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

$ax+by+c=0$ എന്ന വരയിലെ രണ്ട് ബിന്ദുക്കളാണ് (x_1, y_1), (x_2, y_2) എങ്കിൽ $ax_1 + by+c=0$ ---- (1)

$ax_2 + by_2 + c=0$ ---- (2)

$$(1) - - - (2) \rightarrow a(x_1 - x_2) + b(y_1 - y_2) = 0$$

$$b(y_1 - y_2) = -a(x_1 - x_2)$$

$$\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = -\frac{a}{b}$$

അതായത് വരയുടെ ചരിവ് = $-\frac{a}{b}$

ഇതുപോലെ $ax+by+d=0$ എന്ന വരയുടെ ചരിവും $-\frac{a}{b}$ ആണെന്ന് കണ്ടുപിടിക്കാം. രണ്ടുവരകളുടെയും ചരിവ് തുല്യമായതിനാൽ വരകൾ സമാന്തരമാണ്.

7. സാധ്യതകളുടെ ഗണിതം

- സാധ്യതയെ സംഖ്യാപരമായി കാണുന്നതിനും വിവിധ സന്ദർഭങ്ങളിൽനിന്നും സാധ്യത കണക്കാക്കുന്നതുമാണ് ഈ പാഠഭാഗത്തിലെ പ്രധാന ആശയം.
- ആകെ ഫലങ്ങളുടെയും അനുകൂലഫലങ്ങളുടെയും എണ്ണം ഉപയോഗിച്ച് സാധ്യത കണക്കാക്കുന്നു.

1. 3 പെട്ടികളിൽ ഒന്നിൽ 6 വെളുത്ത പന്തുകളും 9 ചുവന്ന പന്തുകളും ഉണ്ട്. രണ്ടാമത്തേതിൽ 10 വെളുത്ത പന്തുകളും 4 ചുവന്ന പന്തുകളും മൂന്നാമത്തേതിൽ 7 വെളുത്ത പന്തുകളും 6 ചുവന്ന പന്തുകളുമാണ് ഉള്ളത്. ഒന്നാമത്തെ പെട്ടിയിൽനിന്നും റാണിയും രണ്ടാമത്തേതിൽനിന്ന് സീനയും മൂന്നാമത്തേതിൽനിന്ന് മിനിയും ഓരോ പന്ത് എടുക്കുന്നു.

a) റാണി എടുത്ത പന്ത് വെളുത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?
b) റാണിയും സീനയും എടുത്ത പന്തുകൾ വെളുത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?
c) മൂന്നുപേരും എടുത്ത പന്തുകൾ വെളുത്തതാകാനുള്ള സാധ്യത എത്ര?

a) ആകെ ഫലങ്ങൾ = 6+9=15
അനുകൂല ഫലങ്ങൾ= 6

സാധ്യത = $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

b) ആകെ ഫലങ്ങൾ $15 \times 14 = 210$
അനുകൂല ഫലങ്ങൾ = $6 \times 10 = 60$

സാധ്യത = $\frac{60}{210} = \frac{2}{7}$

c) ആകെ ഫലങ്ങൾ = $15 \times 14 \times 13 = 2730$
അനുകൂല ഫലങ്ങൾ = $6 \times 10 \times 7 = 420$

സാധ്യത = $\frac{420}{2730} = \frac{2}{13}$

9. ബഹുപദങ്ങൾ

- ഒരു ബഹുപദം മറ്റൊരു ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണോ എന്നു കണ്ടെത്തുന്നതും ശിഷ്ട സിദ്ധാന്തം, ഘടക സിദ്ധാന്തം ഇവയുടെ സഹായത്തോടെയുള്ള ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകക്രിയയുമാണ് ഈ പാഠഭാഗത്ത് ചർച്ച ചെയ്യുന്നത്.

1. $ax^3 + bx^2 + cx + d$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണ് x^2-1 എങ്കിൽ $a + c = b + d = 0$ എന്നു തെളിയിക്കുക

BIO-VISION

x^2-1 ഘടകമാണെങ്കിൽ $(x-1)$, $(x+1)$ ഇവ ഘടകങ്ങളായിരിക്കും.

$(x-1)$ ഘടകമായാൽ $a+b+c+d = 0$ -------(1)

$(x+1)$ ഘടകമായാൽ $-a+b-c+d = 0$

$$a+c = b+d \quad \text{-------(2)}$$

സമവാക്യം (1) ൽ $a + c = b + d$ ആയാൽ $2(b+d)=0$

$b + d = 0 \therefore a + c = 0$

2. $4x^3 + 6x^2 + Kx-21$ എന്ന ബഹുപദത്തെ $(x-1)$ കൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോഴും $(x+1)$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോഴും ഒരേ ശിഷ്ടമാണ് കിട്ടുന്നത്. Kയുടെ വില കണ്ടെത്തി ഈ ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണോ $2x-3$ എന്നു പരിശോധിക്കുക

$P(x)=4x^3 + 6x^2 + Kx-21$ ആയാൽ

$(x-1)$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോഴുള്ള ശിഷ്ടം $= P(1)$

$(x+1)$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോഴുള്ള ശിഷ്ടം $= P(-1)$

$P(1)=P(-1)$ ആയതുകൊണ്ട് $4 + 6 + K-21= -4+6-K-21$

ഇതിൽനിന്നും $K= -4$ എന്നു കിട്ടുന്നു.

$(2x-3)$ കൊണ്ടുഹരിക്കുമ്പോഴുള്ള ശിഷ്ടം

$$= P\left(\frac{3}{2}\right)$$

$$= 4\times\left(\frac{3}{2}\right)^3 + 6\times\left(\frac{3}{2}\right)^2 + K\times\frac{3}{2} - 21 = 0$$

എന്നുകിട്ടുന്നു.

$P(x)$ന്റെ ഘടകമാണ് $(2x-3)$

3. $ax^2+2bx+c$ എന്ന ബഹുപദത്തിന്റെ ഘടകമാണ് $(x+1)$ എങ്കിൽ a, b, c ഇവ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ തുടർച്ചയായ പദങ്ങളാണെന്ന് തെളിയിക്കുക?

$(x+1)$ ഘടകമായാൽ

$$a\times(-1)^2 + 2b\times -1 + c = 0$$

$$a - 2b + c = 0$$

$$2b = a + c$$

a, b, c ഇവ സമാന്തര ശ്രേണിയിലെ തുടർച്ചയായ പദങ്ങളാണ്.

11. സ്ഥിതിവിവരകണക്ക്

പ്രധാന ആശയങ്ങൾ

- ആവൃത്തിപട്ടികയിൽനിന്ന് മാധ്യം കാണുക
- ആവൃത്തിപട്ടികയിൽനിന്ന് മധ്യമം കാണുക
- സഞ്ചിതാവൃത്തി തയ്യാറാക്കുക
- ഒരു വിതരണത്തിലെ മാധ്യം കണക്കാക്കാൻ അവയുടെ തുകയെ എണ്ണം കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ മതി

1. ഒരു ക്ലാസിലെ 30 കുട്ടികളുടെ ഭാരം കണക്കാക്കിയ പട്ടിക താഴെ കൊടുക്കുന്നു. ഭാരത്തിന്റെ മാധ്യം കണക്കാക്കുക

ഭാരം	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം
35	3
38	5
43	7
45	8
50	4
54	2
56	1

ഭാരം	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം	ആകെ ഭാരം
35	3	35x3=105
38	5	38x5=190
43	7	43x7=301
45	8	45x8=360
50	4	50x4=200
54	2	54x2=108
56	1	56x1=56
	ആകെ	1320

$$\text{മാധ്യം} = \frac{\text{തുക}}{\text{എണ്ണം}} = \frac{1320}{30} = 44$$

2. ഒരു കോഴി വിൽപന സ്റ്റാളിൽ 2013 ജനുവരി മാസത്തിൽ ചെലവായ കോഴി ഇറച്ചിയുടെ തൂക്ക വിവരം തന്നിരിക്കുന്നു. മധ്യമം കണക്കാക്കുക

കോഴി ഇറച്ചി തൂക്കം (കി.ഗ്രാം)	ദിവസങ്ങളുടെ എണ്ണം
52	3
68	5
73	8
80	9
87	4
90	2

ജനുവരി 31 ദിവസം. 31 ദിവസങ്ങൾ ക്രമത്തിൽ എഴുതിയാൽ മധ്യത്തിൽ വരുന്നത് 16.

തൂക്കം	ദിവസങ്ങൾ
52 വരെ	3
68 വരെ	3+5=8
73 വരെ	8+8=16
80 വരെ	16+9=25
87 വരെ	25+4=29
90 വരെ	29+2=31

16ാ മത് ദിവസത്തെ തൂക്കം 73. മധ്യമം = 73

BIO-VISION